Håndvask i Afrika

Benny Lautrup
Niels Bohr Institutet

22. januar 2004

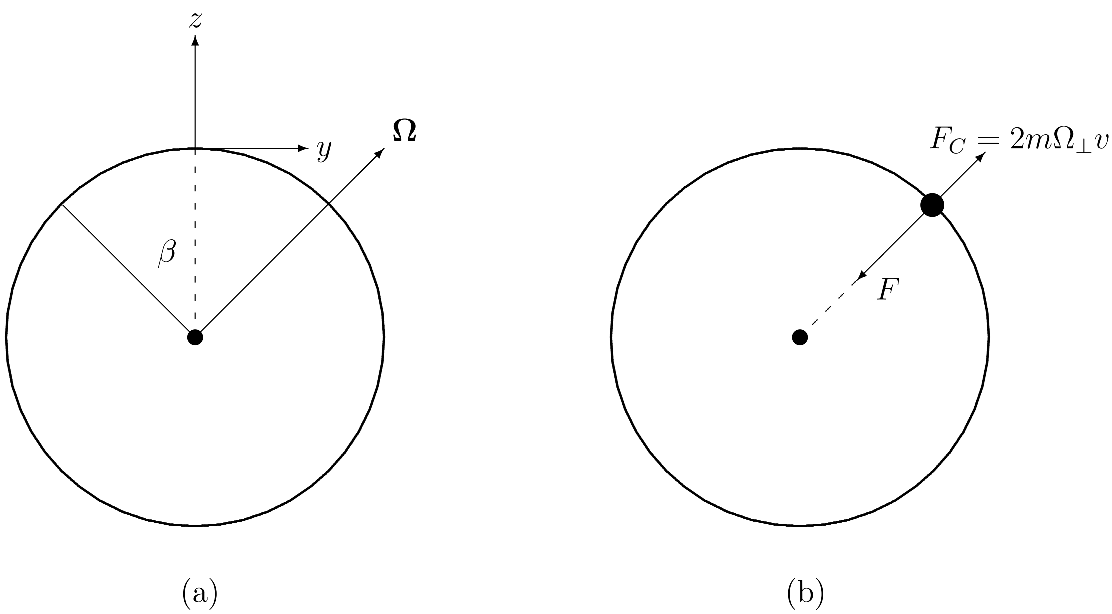
At jordens rotation får badevand til at løbe ud af karret i en hvirvel, der set oppefra drejer *mod* uret på den nordlige halvkugle og *med* uret på den sydlige, er kendt af alle "dannede" mennesker. Fjernsynets vejrmagistre slår gang på gang fast, at jordens omdrejning bevirker, at vindene set ovenfra altid strømmer mod uret omkring et lavtryk og omvendt omkring højtryk. Og fysikken bekræfter beredvilligt, at jordens rotation faktisk leverer en sådan kraft, kaldet Coriolis-kraften, og at den påvirker bevægelse på nævnte måde.

Henne i Afrika kan man både i Kenya [2] og Uganda få "eksperimentelt" bevis for, at vand løber ud af en spand med et hul midt i bunden i en hvirvelstrømning, der som forventet drejer *mod* uret nogle få meter nord for ækvator og *med* uret nogle få meter sydligere[1]. En lokal "professor" fylder en spand med vand, medens han holder for hullet. Når han derpå fjerner fingeren fra hullet, kan alle se, at vandet opfører sig som forudsagt. Demonstrationen giver gode turistindtægter, specielt fra de mange busser, der krydser rundt i Afrika med positivt indstillede dannede mennesker fra Europa og USA. De har ofte hørt om fænomenet, men måske aldrig rigtig set det med "deres egne øjne".

Men eksperimentet er et falsum. Fysikken kan nemlig fortælle, at Coriolis-kraften står vinkelret både på bevægelsens retning og på Jordens omdrejningsakse. På ækvator, hvor omdrejningsaksen peger horisontalt i nord-sydlig retning, vil Coriolis-kraften i en horisontal bevægelse derfor pege lodret opefter med mindre bevægelsen går stik nord eller syd, i hvilket tilfælde kraften er nul. Coriolis-kraften kan derfor aldrig påvirke en horisontal bevægelses retning lige på ækvator.

Problemet med denne forklaring er imidlertid, at den ikke er helt tilstrækkelig. Bevægelsen foregår faktisk ikke lige på ækvator, hvor den omtalte demonstration da heller ikke viser nogen effekt, men lidt nord eller syd for. Nu tvinges fysikken til kvantitativt at redegøre for, at Coriolis-kraften er for lille til at påvirke omløbsretningen i en spand vand, specielt i nærheden af ækvator. Lad os vurdere, om det kan lade sig gøre.

[1] Jeg har her tilladt mig at angive de korrekte omløbsretninger. I det Kenyanske "eksperiment" opnås faktisk det modsatte resultat [2].



Figur 1: (a) Det lokale koordinatsystem. (b) Cirkelbevægelse.

Coriolis-kraften

Coriolis-kraften optræder i roterende koordinatsystemer og påvirker ethvert bevæget legeme med en fiktiv kraft, $\mathbf{F}_C = m\mathbf{g}_C$, hvor Coriolis accelerationen $\mathbf{g}_C$ er,

$$\mathbf{g}_C = -2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} \ . \tag{1}$$

Her er $\boldsymbol{\Omega}$ jordens rotationsvektor og $\mathbf{v}$ er legemets hastighed.

I et lokalt (flad-jords) koordinatsystem på breddegraden β med z-aksen lodret opefter, y aksen mod nord og x-aksen mod øst er $\boldsymbol{\Omega} = (0, \Omega\cos\beta, \Omega\sin\beta)$, hvor $\Omega = 2\pi/24\mathsf{h} = 7.3 \times 10^{-5}\ \mathsf{rad/s}$ er jordens omdrejningshastighed. Coriolis accelerationens komponenter bliver for en horizontal bevægelse med $\mathbf{v} = (v_x, v_y, 0)$

$$g_x^C = \ \ 2\Omega\sin\beta\, v_y \ , \qquad g_y^C = -2\Omega\sin\beta\, v_x \ , \qquad g_z^C = \ \ 2\Omega\cos\beta\, v_x \ . \tag{2}$$

Den vertikale Coriolis acceleration g_z^C konkurrerer med tyngdekraften, men selv for et moderne jetfly på en øst-til-vest flyvning tæt ved lydens hastighed vil den vertikale Coriolis kraft kun være omkring 0.3% af tyngdekraften, og vi skal derfor se bort fra den i det følgende. Lokalt ser de horisontale komponenter af Coriolis accelerationen $(g_x, g_y, 0)$ nu ud som om jorden drejer sig omkring z-aksen med en lokal rotationshastighed

$$\Omega_\perp = \Omega\sin\beta \ . \tag{3}$$

Den lokale Coriolis kraften forsøger altså at dreje enhver bevægelse mod højre på den nordlige halvkugle og mod venstre på den sydlige. Den lokale rotationshastighed er også den hastighed, hvormed et Foucault-penduls svingingsplan roterer. På vore breddegrader tager en hel omdrejning omkring 29 timer.

Rossby-tallet

Lad os nu betragte et legeme, som bevæger sig i en horisontal cirkel med radius r på den lokalt roterende jord, for eksempel ved hjælp af en snor fastgjort i cirklens centrum. Lad hastigheden i cirkelbevægelsen være v mod uret, således at accelerationen er v^2/r, rettet radialt *indad* mod centrum. Da Coriolis-kraften er rettet mod højre, altså radialt *udad* af størrelsen $2m\Omega_\perp v$, på den nordlige halvkugle, bliver Newton's anden lov i det lokale roterende system,

$$m\frac{v^2}{r} = F - 2m\Omega_\perp v \ , \tag{4}$$

hvor F er den radialt *indadrettede* kraft, som snoren leverer. Denne *centripetalkraft* bliver altså[2]

$$F = m\frac{v^2}{r} + 2m\Omega_\perp v \ . \tag{5}$$

Coriolis-kraften forøger altså den nødvendige centripetalkraft, når v er positiv og formindsker den, når v er negativ. Dette kendes i øvrigt fra karuseller, hvor man skal holde bedre fast, når man går med omløbsretningen end når man går mod den.

Forholdet mellem de to bidrag til snorkraften kaldes *Rossby-tallet*,

$$\mathsf{Ro} = \frac{mv^2/r}{2m\Omega_\perp v} = \frac{v}{2r\Omega_\perp} \ . \tag{6}$$

Når Rossby-tallet er stort, vil Coriolis-kraften ikke have megen indflydelse, men omvendt, hvis det er lille, vil den dominere. Groft sagt betyder det, at hvis en bevægelse på jordoverfladen er langsommere end eller sammenlignelig med den hastighed, hvormed jorden lokalt roterer på det pågældende sted, $v \lesssim r\Omega_\perp$, kan Coriolis-kraften få afgørende indflydelse på bevægelsen.

Rigtigheden af dette argument kan underbygges ved at betragte en stor roterende luftmasse med en diameter på 1000 kilometer, sådan som det kendes omkring et lavtryk eller højtryk. Antager vi, at vindhastigheden højst er 20 meter per sekund på randen af området, vil en fuld omdrejning tage lidt under to døgn, hvilket er sammenligneligt med den lokale omdrejningshastighed på vore breddegrader. Rossby-tallet er da også i dette tilfælde $\mathsf{Ro} \approx 0.35$, og Coriolis-kraften vil derfor have afgørende indflydelse på luftmassens opførsel, ja faktisk diktere dens omløbsretning.

I nærheden af ækvator er den horisontale Coriolis-kraft derimod meget mindre. Faktisk er den så lille, at tropiske storme, orkaner, så godt som aldrig forekommer mellem 10 grader nord og 10 grader syd, altså cirka 1100 kilometer på hver side af ækvator. I det afrikanske eksperiment, ti meter nord eller syd for ækvator, bliver den

[2] Vi ser her bort fra, at jordens rotation også giver anledning til en lille-bitte centrifugalkraft, som er rettet bort fra jordaksen af størrelsen $ma\Omega^2$, hvor a er jordens radius. Denne centrifugalkraft deformerer jordens overflade, så at den samlede effekt af tyngdekraft og centrifugalkraft er meget tæt på at virke vinkelret på jordoverfladen alle steder. Det er derfor tilladt at se bort fra den.

lokale omdrejningshastighed $\Omega_\perp \approx 10^{-10}$ rad/s, og en hel omdrejning tager omkring 1750 år! En håndvask eller et badekar, der lige er blevet fyldt med vand, vil have tilfældige strømninger med hastigheder, der måske vil tage minutter om at nå hele vejen rundt, svarende til et Rossby-tal på 40 millioner. De tilfældige bevægelser i vandet vil derfor fuldstændig dominere jordens lillebitte lokale omdrejningshastighed og kan ikke afgøre omløbsretningen.

Diffusionstid

Denne forklaring er dog ikke helt udtømmende. For hvis man venter så længe, at vandet falder næsten helt til ro, vil effekten da ikke vise sig? Jo, siger fysikken, det vil den faktisk, og det er da også påvist i seriøse eksperimenter med badekarsagtige beholdere, endda på den sydlige halvkugle [1]. Kort sagt skal vandet falde så meget til ro, at enhver større bevægelse i vandet bliver sammenlignelig med eller langsommere end den lokale rotationshastighed.

Hvor længe man skal vente, før vandet i spanden er faldet tilstrækkeligt til ro? Når vandet strømmer ned i spanden fra vandhanen, er det turbulent med masser af små hvirvler, der hurtigt taber deres energi ved at splittes i mindre og mindre hvirvler, som til sidst dør ud. Det er formodentlig umuligt "med egne øjne" at afgøre, om der efter nogen ventetid efterlades en global rotation i spanden med en hastighed i nærheden af randen på, skal vi sige 0.1 millimeter i sekundet. Vand er jo normalt gennemsigtigt og i en spand med en diameter på 1 meter vil det vil tage omkring 9 timer for vandet at nå en hel omgang rundt med den hastighed, hvilket er 3 gange hurtigere end den lokale rotationshastighed på vore breddegrader.

Vandets bevægelse dæmpes af vandets viskositet gennem gnidning mod spandens rand og bund. For små strømningshastigheder er der tale om en meget langsom diffusionsproces, hvor den bremsende indflydelsen fra bunden af spanden tager forbavsende lang tid om at nå op til den fri overflade. En simplet dimensionsbetragtning viser, at diffusionstiden må være af størrelsen (det følger også af mere teoretiske betragtninger),

$$\tau \approx \frac{\rho\lambda^2}{\eta} \,, \tag{7}$$

hvor $\rho = 10^3$ kg/m^3 er vandets massefylde, $\eta = 8.9 \times 10^{-4}$ Pa s dets viskositet og λ diffusionslængden[3]. Hvis badekarret eller håndvasken har en dybde på $\lambda = 0.3$ m, bliver diffusionstiden omkring 28 timer. Nu er der tale om et eksponentielt henfald af vandets bevægelse, som følger loven $e^{-t/\tau}$, så at det er normalt nødvendigt at vente nogle gange diffusionstiden. I det omtalte eksperiment [1] ventede man da også 60 timer, førend målinger blev foretaget. Udfaldet var positivt: badevandshvirvlen opførte sig som forudsagt (på den sydlige halvkugle). Men som artiklen beskriver,

[3]Det bør nok bemærkes, at forudsætningen for denne vurdering er, at Reynoldstallet er lille. Selv med hastigheden 0.1 mm/s bliver Reynoldstallet i en spand af størrelsen 100, men efterhånden som hastigheden dør bort vil det komme ned under 1.

krævede eksperimentet stor omhu, fordi tilfældige rystelser og temperaturfluktuationer skulle elimineres.

Anvendes samme argument på de afrikanske "eksperimenter" med en spand på 1 meter i diameter, skal hastigheden drives ned under 10^{-10} m/s, hvilket er en million gange langsommere end vi antog for badekarret (0.1 millimeter per sekund). Det tager derfor mindst 16 døgn længere, førend det eksponentielle henfald fået vandet til at falde så meget til ro, at dets egenbevægelse er blevet sammenlignelig med jordens lokale rotationshastighed på spandens rand. Det er tvivlsomt, om det er muligt for nogen som helst at udvise en så stor omhu, at dette eksperiment faktisk kan lade sig gøre.

Konklusion

Hermed turde diskussionen være bragt til ende. Omhyggelige eksperimenter, der bekræfter effekten for badekars-agtige opstillinger, kan med noget besvær gennemføres, men de afrikanske "eksperimenter" er derimod snyd og humbug. Det er dog ikke helt ligetil at påvise, hvorledes nummeret faktisk udføres. Den bedste forklaring er nok, at "professoren" drejer sig om mod tilskuerne i en sådan retning, at han tilfører vandet en smule rotation den rigtige vej [2]. Det vanskeligste "eksperiment" er faktisk det, der foregår lige på ækvator, hvor der ikke må dannes en hvirvel!

Vandrehistorien, at jordens omdrejning påvirker badekarshvirvlens omløbsretning, er altså en and, der ofte serveres ved middagsselskaber. Det er ikke så let at tilbagevise historien i selskabelig sammenhæng, fordi argumentationen nødvendigvis bliver kvantitativ og langvarig (og kedelig for gæsterne). Somme tider er man endog oppe mod folk, der selv har været i Afrika og set fænomenet "med egne øjne". Uanset fysikken som her kan påvise, at der må være tale om snyd og humbug, så kræver argumentet en forståelse for fysik, der går ud over, hvad de fleste gymnasieelever besidder.

Litteratur

[1] L. M. Trefethen, R. W. Bilger, P. T. Fink, R. E. Luxton, and R. I. Tanner, *The Bath-Tub Vortex in the Southern Hemisphere*, Nature **207**, 1084-5 (1965).

[2] Se `http://www.ems.psu.edu/~fraser/Bad/BadCoriolis.html`